

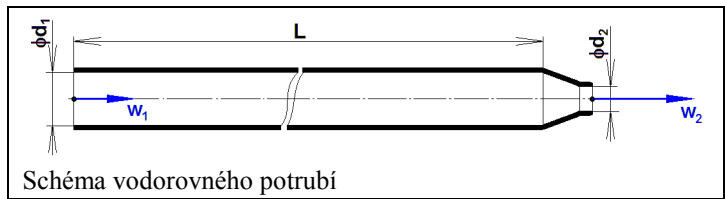
## PŘÍKLADY Z HYDRODYNAMIKY

Poznámka: Za gravitační zrychlení je ve všech příkladech dosazována přibližná hodnota  $10 \text{ m.s}^{-2}$ .

### Řešené příklady z hydrodynamiky

#### 1) Příklad užití rovnice kontinuity

Zadání: Vodorovným přímým potrubím o vnitřním průměru  $d_1 = 80 \text{ mm}$  a délce  $25 \text{ m}$  proudí voda o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$  rychlostí  $1,5 \text{ m.s}^{-1}$ . Vypočtěte objemový průtok vody potrubím a výtokovou rychlost vody z trysky o průměru  $d_2 = 15 \text{ mm}$ .



Řešení: Z rovnice kontinuity pro proudění kapalin vypočteme objemový průtok vody v potrubí s vnitřním průměrem  $d_1 = 80 \text{ mm} = 0,08 \text{ m}$ , kde voda proudí rychlostí  $w_1 = 1,5 \text{ m.s}^{-1}$ .

$$\text{Pak } Q_{V1} = S_1 \cdot w_1 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot w_1 = 0,00754 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = Q_V.$$

Dle rovnice kontinuity je objemový průtok ve všech průřezech daného potrubí stejný  $Q_{V1} = Q_{V2}$ , neboli  $S_1 \cdot w_1 = S_2 \cdot w_2$ .

$$\text{Po dosazení } \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \cdot w_1 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \cdot w_2$$

$$\text{Po úpravě dostaneme } d_1^2 \cdot w_1 = d_2^2 \cdot w_2.$$

$$\text{Pak } w_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} \cdot w_1 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot w_1 = 42,67 \text{ m.s}^{-1}.$$

#### 2) Příklad užití Bernoulliho rovnice

Zadání: Otvorem ve dně tlakové nádoby o průměru  $40 \text{ mm}$  vytéká voda o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$  do atmosféry. Vypočtěte výtokovou rychlost vody z nádoby a objemový průtok vody vytékající otvorem, jestliže výška stálé hladiny nad otvorem je  $h = 1,85 \text{ m}$  a na hladinu vody v nádobě působí tlak  $0,17 \text{ PMA}$ . Atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty při proudění vody zanedbejte.

Řešení: Výtokovou rychlost vody z otvoru ve dně nádoby budeme řešit z Bernoulliho rovnice a následně objemový průtok vody vytékající otvorem vypočteme z rovnice kontinuity pro proudění kapalin.

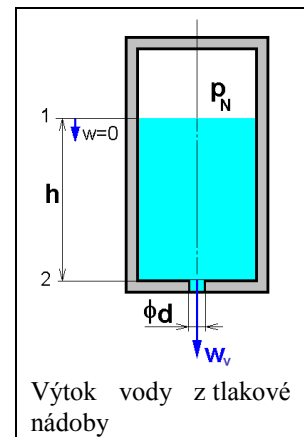
$$\begin{aligned} \text{Rozbor úlohy: } h_1 &= h = 1,85 \text{ m} & h_2 &= 0 \text{ m}; \\ p_1 &= p_N = 170\,000 \text{ Pa} & p_2 &= p_a = 100\,000 \text{ Pa}; \\ w_1 &= 0 \text{ m.s}^{-1} & w_2 &= w_V = ? \text{ m.s}^{-1}. \end{aligned}$$

$$\text{Bernoulliho rovnice ve tvaru měrných energií } \frac{w_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{w_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\rho}.$$

$$\text{Po dosazení } g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{w_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}.$$

$$\text{Pak } w_V = \sqrt{2 \cdot \left( g \cdot h + \frac{p_N - p_a}{\rho} \right)} = 42,67 \text{ m.s}^{-1}.$$

$$\text{Z rovnice kontinuity pro proudění kapalin } Q_V = S \cdot w_V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w_V = 13,3 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}.$$



3) Příklad výpočtu ztráty třením kapaliny o stěnu potrubí

Zadání: Vodorovným přímým potrubím o vnitřním průměru 90 mm a délce 250 m proudí objemový průtok 880 litrů za minutu vody o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a kinematické viskozitě  $10^{-6} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ . Vypočítejte měrnou ztrátovou energii třením o stěnu při proudění vody potrubím.

Řešení: Velikost ztráty třením proudící kapaliny o stěnu potrubí závisí na druhu proudění (laminární nebo turbulentní) a Reynoldsově čísle, které se vypočte ze vztahu  $Re = \frac{w \cdot d}{\nu}$ ,

kde  $w$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] je střední rychlost proudění tekutiny,  $d$  [m] je charakteristický rozměr průřezu a  $\nu$  [ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ ] je kinematická viskozita kapaliny. Kritická hodnota Reynoldsova čísla  $Re_k = 2320$  určuje druh proudění tekutiny. Je-li  $Re < 2320$ , pak nastává v potrubí proudění laminární, při  $Re > 2320$  nastává proudění turbulentní a při hodnotách  $3000 > Re > 2320$  je přechodová oblast a může nastat turbulentní nebo laminární proudění (při výpočtu odporového součinitele použijeme vztah pro turbulentní proudění).

Odporový součinitel při laminárním proudění se vypočte ze vztahu  $k_o = \frac{64}{Re}$  a při tur-

bulentním proudění použijeme výraz  $k_o = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}$ .

Objemový průtok vody potrubím je  $Q_V = 880 \text{ l}\cdot\text{min}^{-1} = 0,0147 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ .

Z rovnice kontinuity  $Q_V = S \cdot w = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w \Rightarrow w = \frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot d^2} = 2,305 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

Reynoldsovo číslo pro proudící kapalinu je  $Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = 207491 > 2320$ , pak v potrubí je proudění turbulentní.

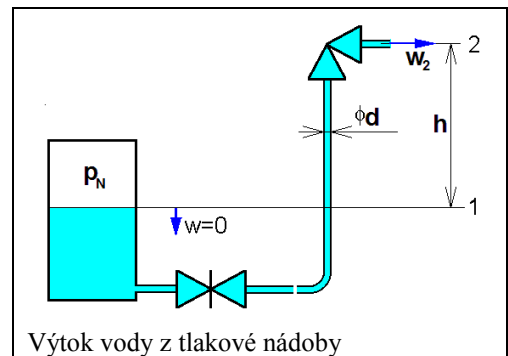
Odporový součinitel při turbulentním proudění se vypočte ze vztahu  $k_o = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} = 0,0148$ .

Měrná ztrátová energie třením o stěnu potrubím se vypočte z  $e_z = k_o \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{w^2}{2}$ , kde  $k_o$  je odporový součinitel,  $L$  [m] je přímá délka potrubí,  $d$  [m] je vnitřní průměr potrubí a  $w$  [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ] je střední rychlost proudění tekutiny potrubím.

Pak  $e_z = k_o \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{w^2}{2} = 109,4 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$ .

4) Příklad řešení proudění skutečné kapaliny

Zadání: Vypočítejte tlak vzduchu v bojleru (dle obrázku) na stálou hladinu vody o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a kinematické viskozitě  $10^{-6} \text{ m}^2\cdot\text{s}^{-1}$ , jestliže potrubím o vnitřním průměru 50 mm a celkové přímé délce 50 m proudí průtok  $5 \text{ dm}^3\cdot\text{s}^{-1}$  vody, která vytéká do atmosféry vodorovným ústím ve výšce 21 m nad hladinou vody v bojleru. Vstup do potrubí je zkosený, v potrubí je koleno s hladkým povrchem, poměrem  $R/d = 2$  a úhlem ohnutí kolena  $90^\circ$ , šoupátko s otevřením  $z/D = 3/8$  a rohovým ventilem s poměrem  $z/D = 5/8$ .



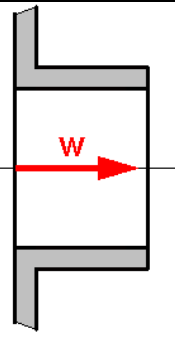
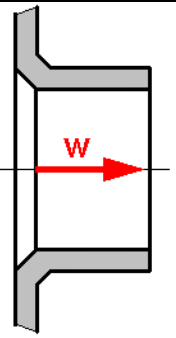
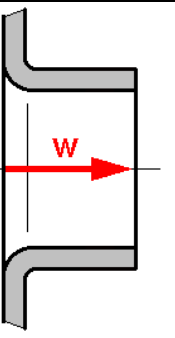
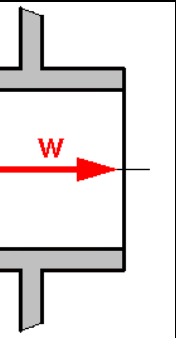
Řešení: Objemový průtok vody potrubím je  $Q_V = 5 \text{ dm}^3\cdot\text{s}^{-1} = 0,005 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ .

Z rovnice kontinuity  $Q_V = S \cdot w = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w \Rightarrow w = \frac{4 \cdot Q_V}{\pi \cdot d^2} = 2,546 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

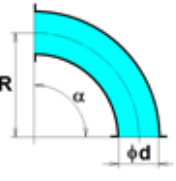
Reynoldsovo číslo pro proudící kapalinu je  $Re = \frac{w \cdot d}{\nu} = 127324 > 2320$ , pak v potrubí je proudění turbulentní.

Odporový součinitel při turbulentním proudění je  $k_o = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} = 0,0167$ .

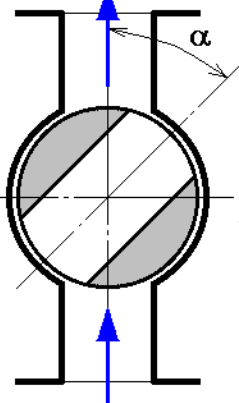
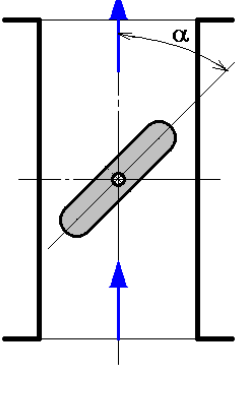
Měrná ztrátová energie třením o stěnu potrubím je  $e_{zt} = k_o \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{w^2}{2} = 54,3 \text{ J.kg}^{-1}$ .

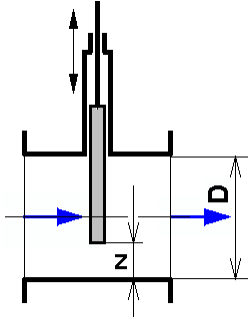
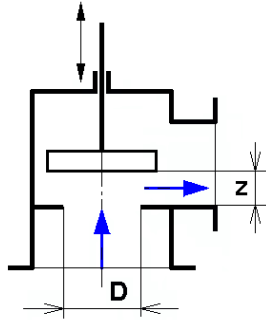
Součinitel ztráty místními vlivy na vstupu				
SCHEMA				
$k_M$	0,5	0,1	0,01 až 0,05	0,6

Pro zkosený vstup do potrubí je součinitel ztráty místními vlivy  $k_{M1} = 0,1$ .

Součinitel místních ztrát změnou směru proudění v potrubí (kolena)								
								
Poměr R/d	Úhel $\alpha$	45°	60°	90°	120°	135°	180°	
1	hladké	0,14	0,18	0,23	0,27	0,28	0,32	
	drsne	0,32	0,4	0,51	0,59	0,62	0,72	
2	hladké	0,09	0,11	0,14	0,16	0,17	0,2	
	drsne	0,19	0,24	0,30	0,35	0,37	0,42	
4	hladké	0,06	0,08	0,10	0,12	0,12	0,14	
	drsne	0,14	0,18	0,23	0,27	0,28	0,32	
6	hladké	0,06	0,07	0,09	0,11	0,11	0,13	
	drsne	0,13	0,16	0,20	0,23	0,24	0,28	
10	hladké	0,05	0,06	0,08	0,09	0,1	0,11	
	drsne	0,11	0,141	0,18	0,21	0,22	0,25	

Součinitel místní ztráty změnou směru proudění u kolena s hladkým povrchem, poměrem  $R/d = 2$  a úhlem ohnutí kolena 90° je  $k_{M2} = 0,14$ .

Součinitel místní ztráty pro kohout			Součinitel místní ztráty pro klapku		
	Úhel natočení $\alpha$ [°]	$k_M$		Úhel natočení $\alpha$ [°]	$k_M$
	5	0,05		5	0,24
	10	0,29		10	0,52
	20	1,56		20	1,54
	30	5,17		30	3,91
	40	17,3		40	10,8
	45	31,2		45	18,7
	50	52,6		50	32,6
	60	206		60	118
70	486	70	751		

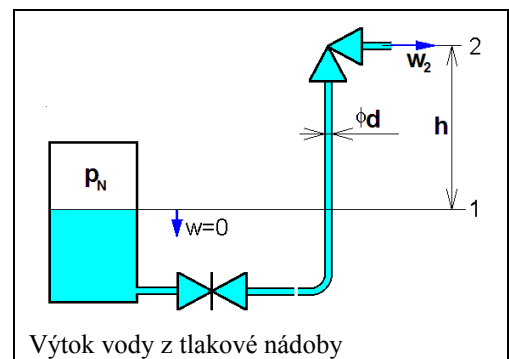
Součinitel místní ztráty pro šoupátko			Součinitel místní ztráty pro ventil		
	Poměr z/D	k <sub>M</sub>		Poměr z/D	k <sub>M</sub>
	7/8	0,07		7/8	3,7
	6/8 = 3/4	0,26		6/8 = 3/4	3,92
	5/8	0,81		5/8	4,24
	4/8 = 1/2	2,06		4/8 = 1/2	4,76
	3/8	5,52		3/8	5,73
	2/8 = 1/4	17		2/8 = 1/4	8,04
	1/8	98		1/8	17,96
	3/32	160		3/32	27,06
	1/16	426		1/16	51,24

Součinitel místní ztráty pro šoupátko s otevřením  $z/D = 3/8$  je  $k_{M3} = 5,52$ .  
 Součinitel místní ztráty pro rohový ventil s poměrem  $z/D = 5/8$  je  $k_{M4} = 4,24$ .  
 Pak celkový místní ztráty pro dané potrubí je  $k_{MC} = k_{M1} + k_{M2} + k_{M3} + k_{M4} = 10$ .  
 Měrná ztrátová energie místní vlivy pro dané

potrubí je  $e_{zm} = k_{MC} \cdot \frac{w^2}{2} = 32,4 \text{ J.kg}^{-1}$ .

Celková měrná ztrátová energie pro dané potrubí je  $e_z = e_{zt} + e_{zm} = 86,7 \text{ J.kg}^{-1}$ .

Rozbor úlohy:  $h_1 = 0 \text{ m}$ ;  
 $h_2 = h = 21 \text{ m}$ ;  
 $p_1 = p_N = ? \text{ Pa}$ ;  
 $p_2 = p_a = 100\,000 \text{ Pa}$ ;  
 $w_1 = 0 \text{ m.s}^{-1}$ ;  
 $w_2 = 2,546 \text{ m.s}^{-1}$ .



Bernoulliho rovnice ve tvaru měrných energií pro proudění skutečné kapaliny má tvar

$$\frac{w_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{w_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\rho} + e_z.$$

Po dosazení  $\frac{p_N}{\rho} = \frac{w_2^2}{2} + g \cdot h + \frac{p_a}{\rho} + e_z$

Pak  $p_N = p_a + \rho \cdot \left( \frac{w_2^2}{2} + g \cdot h + e_z \right) = 399970 \text{ Pa}$ .

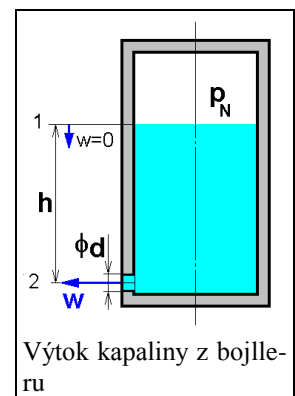
### 5) Příklad řešení výtoku skutečné kapaliny z nádoby

Zadání: Otvorem o vnitřním průměru 60 mm výtéká do atmosféry voda z bojleru stálou hladinou ve výšce  $h = 1,85 \text{ m}$  nad ústím otvoru a s vnitřním přetlakem vzduchu na hladinu vody 0,065 MPa. Vypočítejte skutečný objemový průtok vytékající vody z bojleru, jestliže voda má hustotu  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$  a atmosférický tlak je 0,1 MPa. Rychlostní součinitel je 0,96 a součinitel zúžení průtočného průřezu je 0,65.

Řešení: Z Bernoulliho rovnice vypočteme teoretickou výtokovou rychlost

$$\frac{w_1^2}{2} + g \cdot h_1 + \frac{p_1}{\rho} = \frac{w_2^2}{2} + g \cdot h_2 + \frac{p_2}{\rho}.$$

Rozbor úlohy:  $h_1 = h = 1,85 \text{ m}$        $h_2 = 0 \text{ m}$ ;  
 $p_1 = p_N = 165\,000 \text{ Pa}$      $p_2 = p_a = 100\,000 \text{ Pa}$ ;  
 $w_1 = 0 \text{ m.s}^{-1}$                $w_2 = w_t = ? \text{ m.s}^{-1}$ .



Po dosazení  $g \cdot h + \frac{p_N}{\rho} = \frac{w_t^2}{2} + \frac{p_a}{\rho}$ .

Pak  $w_t = \sqrt{2 \cdot \left( g \cdot h + \frac{p_N - p_a}{\rho} \right)} = 12,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Teoretický objemový průtok vody otvorem  $Q_{vt} = S \cdot w_t = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot w_t = 0,0365 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Výtokový součinitel je poměr skutečného objemového průtoku ku teoretickému a vypočte se ze vztahu  $k_v = k_R \cdot k_z$ , kde  $k_R$  je rychlostní součinitel a  $k_z$  je součinitel zúžení průtočného průřezu (součinitel kontrakce).

Pak výtokový součinitel je  $k_v = k_R \cdot k_z = 0,624$ .

Skutečný objemový průtok vody otvorem  $Q_{vs} = k_v \cdot Q_{vt} = 0,0228 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

6) Příklad řešení dynamických účinků proudící tekutiny

Zadání: Tryskou o průměru 12 mm proudí voda o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  rychlostí  $28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Vypočtěte velikost výsledné síly, kterou působí proudící voda na pevnou kolmou desku. Ztráty třemím vody při proudění po desce zanedbejte.

Řešení: Při řešení dynamických účinků proudící tekutiny na pevnou desku budeme vycházet z věty o změně průtokové hybnosti  $\vec{F}_R = \Delta \vec{H}_Q = \vec{H}_{Q2} - \vec{H}_{Q1}$ , kde  $H_Q$  je průtoková hybnost, která se vypočte ze vztahu  $H_Q = Q_m \cdot w$ , kde  $Q_m$  je hmotnostní průtok tekutiny v daném místě na desce a  $w$  je rychlost kapaliny na desce v daném místě.

Protože průtoková hybnost je vektor (podobně jako síla) musíme větu o změně průtokové hybnosti řešit v osách x a y.

Hmotnostní průtok vody vytékající z trysky je  $Q_m = S \cdot \rho \cdot c = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \rho \cdot c = 3,167 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Rychlost proudící vody ve sledovaném průřezu 1 (místo dopadu vody na desku) je  $w_1 = c = 28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Rychlost proudící vody ve sledovaném průřezu 2 (místo odvodu vody z desky, kdy předpokládáme, že se proud rozdělí na dvě stejné části) je  $w_2 = c = 28 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Pak průtoková hybnost  $H_{Q1} = Q_m \cdot w_1 = 88,67 \text{ N}$  ( $1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = 1 \text{ N}$ ) a průtoková hybnost  $H_{Q2/2} = Q_{m/2} \cdot w_1 = 44,33 \text{ N}$ .

Složky průtokových hybností:  $H_{Q1x} = 88,67 \text{ N}$   $H_{Q1y} = 0 \text{ N};$   
 $H_{Q2/2x} = 0 \text{ N}$   $H_{Q2/2y} = 44,33 \text{ N}.$

Změna průtokové hybnosti ve směru osy x je  $\Delta H_{Qx} = 0 - H_{Q1x} = -88,67 \text{ N}$ .

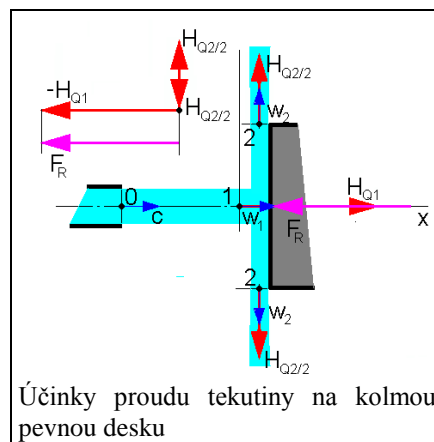
Změna průtokové hybnosti ve směru osy y je  $\Delta H_{Qy} = H_{Q2/2y} - H_{Q2/2y} - 0 = 0 \text{ N}$ .

Výsledná změna průtokové hybnosti je  $\Delta H_Q = \sqrt{H_{Qx}^2 + H_{Qy}^2} = 88,67 \text{ N} = F_R$ .

Sílu  $F_R$  působí deska na proudící vodu z trysky, aby změnila svůj směr proudění.

Pak dle zákona akce a reakce síly, síla kterou působí proudící voda na desku je stejně velká, ale opačné orientace.

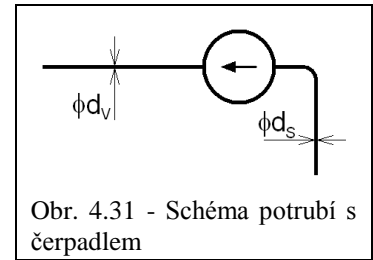
Velikost výsledné síly, kterou působí proudící voda na pevnou kolmou desku, je  $F = 88,67 \text{ N}$ .



## Příklady z hydrodynamiky k procvičení

**Příklad 4.31.** Čerpadlo dle schématu (obr. 4.31) dodává objemový průtok 195 litrů za minutu vody o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ . Vypočítejte teoretickou rychlost proudění vody sacím a výtlačným potrubím, jestliže vnitřní průměr sacího potrubí je  $d_s = 80 \text{ mm}$  a vnitřní průměr výtlačného potrubí je  $d_v = 50 \text{ mm}$ .

Výsledek:  $w_s = 0,647 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $w_v = 1,655 \text{ m.s}^{-1}$ .



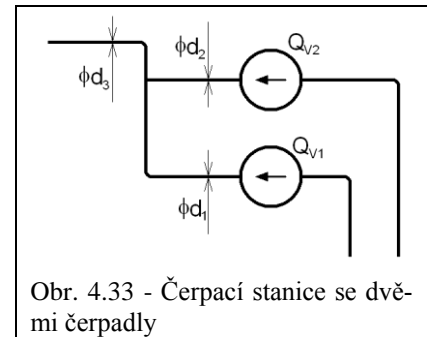
Obr. 4.31 - Schéma potrubí s čerpadlem

**Příklad 4.32.** Čerpadlo dle schématu (obr. 4.31) dodává objemový průtok 195 litrů za minutu vody o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ . Navrhněte vnitřní průměr sacího potrubí  $d_s$  a výtlačného potrubí  $d_v$ , jestliže maximální požadovaná teoretická rychlost proudění vody sacím potrubím je  $0,65 \text{ m.s}^{-1}$  a výtlačným potrubím je  $1,65 \text{ m.s}^{-1}$ . Skutečný vnitřní průměr sacího nebo výtlačného potrubí volte z řady Ra 20: 32 mm, 36 mm, 40 mm, 45 mm, 50 mm, 56 mm, 63 mm, 71 mm, 80 mm, 90 mm, 100 mm atd.

Výsledek: předběžný  $d_{sp} = 79,79 \text{ mm}$ , zvolený  $d_s = 80 \text{ mm}$ , skutečná rychlost proudění  $w_s = 0,647 \text{ m.s}^{-1}$ , předběžný  $d_{vp} = 50,08 \text{ mm}$ , zvolený  $d_v = 56 \text{ mm}$ , skutečná rychlost proudění  $w_v = 1,32 \text{ m.s}^{-1}$ .

**Příklad 4.33.** Čerpací stanice má dvě čerpadla zapojená dle schématu (obr. 4.33) a dodávají objemový průtok  $Q_{v1} = 210 \text{ litrů/min}$  a  $Q_{v2} = 120 \text{ litrů/min}$  vody o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ . Vypočítejte teoretickou rychlost proudění vody potrubím o vnitřním průměru  $d_1 = 56 \text{ mm}$ ,  $d_2 = 40 \text{ mm}$  a  $d_3 = 63 \text{ mm}$ .

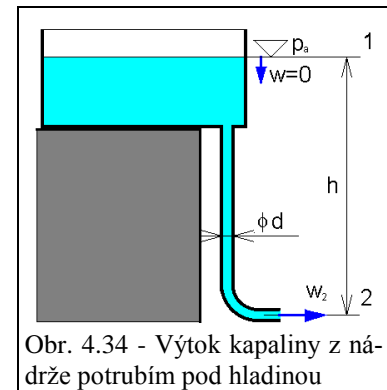
Výsledek:  $w_1 = 1,421 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $w_2 = 1,592 \text{ m.s}^{-1}$  a  $w_3 = 1,764 \text{ m.s}^{-1}$ .



Obr. 4.33 - Čerpací stanice se dvěma čerpadly

**Příklad 4.34.** Z otevřené nádoby (dle obr. 4.34) se stálou hladinou umístěné ve výšce  $h = 5,3 \text{ m}$  nad vodorovným ústím potrubí o vnitřním průměru  $50 \text{ mm}$ , kterým vytéká voda o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$  z nádoby do volného prostoru. Vypočítejte objemový průtok vody potrubím, jestliže atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty vody při proudění potrubím zanedbejte.

Výsledek:  $w_2 = 10,3 \text{ m.s}^{-1}$  a  $Q_v = 0,0202 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ .

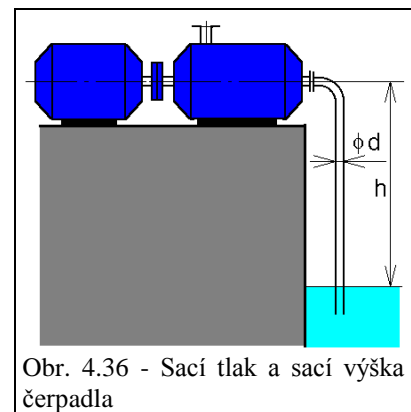


Obr. 4.34 - Výtoku kapaliny z nádrže potrubím pod hladinou

**Příklad 4.35.** Z otevřené nádoby (dle obr. 4.34) se stálou hladinou umístěné vytéká do volného prostoru vodorovným ústím potrubí pod hladinou o vnitřním průměru  $17 \text{ mm}$  objemový průtok  $125 \text{ litrů za minutu}$  vody o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ .

Vypočítejte pořebnou výšku hladiny nad ústím potrubí, jestliže atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty vody při proudění potrubím zanedbejte.

Výsledek:  $w_2 = 9,18 \text{ m.s}^{-1}$  a  $h = 4,21 \text{ m}$ .



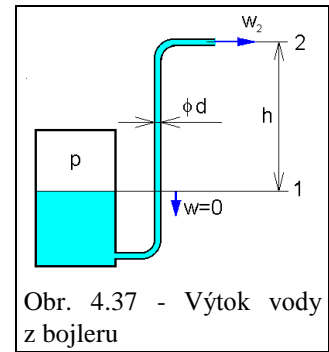
Obr. 4.36 - Sací tlak a sací výška čerpadla

**Příklad 4.36** Čerpadlo dle obrázku 4.36 nasává potrubím o vnitřním průměru  $80 \text{ mm}$  objemový průtok  $250 \text{ litrů za minutu}$  vody o hustotě  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ . Jaký musí mít čerpadlo sací tlak, jestliže vodu nasává ze studny o stálé geodetické sací výšce  $h_s = 5 \text{ m}$ , kde na hladinu působí atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty při proudění vody potrubím zanedbejte.

Výsledek:  $w_s = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$  a  $p_s = 46660 \text{ Pa}$ .

**Příklad 4.37.** Potrubím dle obrázku 4.37 o vnitřním průměru 60 mm je dodáván objemový průtok vody  $245 \text{ dm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$  a voda vytéká do atmosféry. Voda do potrubí je dodávána z bojleru s vnitřním přetlakem vzduchu na hladinu vody a se stálou hladinou umístěné ve výšce  $h = 25 \text{ m}$  pod ústím potrubí do atmosféry. Vypočtete přetlak vzduchu na hladinu vody v bojleru, jestliže voda má hustotu  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty při proudění vody potrubím zanedbejte.

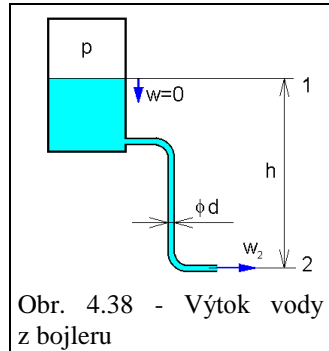
Výsledek:  $w_2 = 1,44 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , a  $p = 351000 \text{ Pa}$  a  $\Delta p = 251000 \text{ Pa}$ .



Obr. 4.37 - Výtok vody z bojleru

**Příklad 4.38.** Potrubím dle obrázku 4.38 o vnitřním průměru 17 mm vytéká voda o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  do atmosféry z bojleru s vnitřním přetlakem vzduchu na hladinu vody  $0,011 \text{ MPa}$  se stálou hladinou umístěné ve výšce  $h = 2,5 \text{ m}$  nad ústím potrubí. Vypočtete objemový průtok vytékající vody z potrubí, jestliže atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty při proudění vody potrubím zanedbejte.

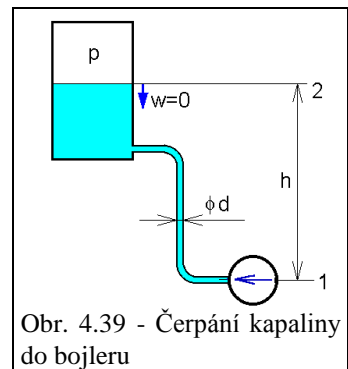
Výsledek:  $p = 111000 \text{ Pa}$ ,  $w_2 = 8,49 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a  $Q_V = 0,00193 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .



Obr. 4.38 - Výtok vody z bojleru

**Příklad 4.39** Čerpadlo dle obrázku 4.39 s objemovým průtokem  $50 \text{ dm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$  dodává vodu do bojleru s vnitřním přetlakem vzduchu na hladinu vody  $0,31 \text{ MPa}$  a se stálou hladinou umístěné ve výšce  $h = 15,5 \text{ m}$  nad osou čerpadla. Vypočtete tlak vody dodávané čerpadlem do potrubí o vnitřním průměru 25 mm, jestliže voda má hustotu  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty při proudění vody potrubím zanedbejte.

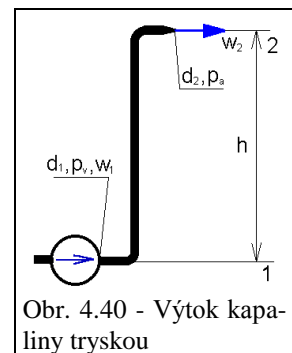
Výsledek:  $p_2 = 410000 \text{ Pa}$ ,  $w_1 = 1,698 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a  $p_V = 563600 \text{ Pa}$ .



Obr. 4.39 - Čerpání kapaliny do bojleru

**Příklad 4.40.** Do potrubí dle schématu (obr. 4.40) o vnitřním průměru (jmenovité světlosti) 60 mm je dodáván čerpadlem objemový průtok 280 litrů za minutu vody o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Jakým tlakem musí čerpadlo tlačit vodu do potrubí dle obrázku, jestliže z něho voda vytéká do atmosféry vodorovnou tryskou o průměru 15 mm s osou ve výšce 21 m nad vstupní částí potrubí. Atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty při proudění vody potrubím zanedbejte.

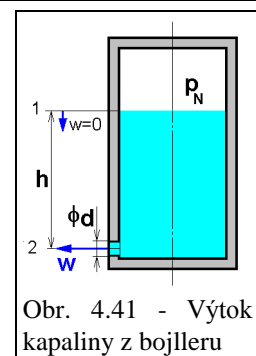
Výsledek:  $w_1 = 1,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $w_2 = 26,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $p_2 = 100 \text{ 000 Pa}$ ,  $p_1 = p_V = 657 \text{ 300 Pa}$ .



Obr. 4.40 - Výtok kapaliny tryskou

**Příklad 4.41.** Otvorem dle obrázku 4.41 o vnitřním průměru 60 mm vytéká do atmosféry voda z bojleru stálou hladinou ve výšce  $h = 2,5 \text{ m}$  nad ústím otvoru a s vnitřním přetlakem vzduchu na hladinu vody  $0,021 \text{ MPa}$ . Vypočtete objemový průtok vytékající vody z bojleru, jestliže voda má hustotu  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a atmosférický tlak je  $0,1 \text{ MPa}$ . Ztráty při proudění vody potrubím zanedbejte.

Výsledek:  $p = 121000 \text{ Pa}$ ,  $w_2 = 9,59 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  a  $Q_V = 0,0271 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .



Obr. 4.41 - Výtok kapaliny z bojleru

**Příklad 4.42** Vodorovným přímým potrubím o vnitřním průměru 125 mm a délce 210 m proudí objemový průtok  $13 \text{ dm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$  vody o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a kinematické viskozitě  $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Vypočítejte měrnou ztrátovou energii při proudění vody potrubím.

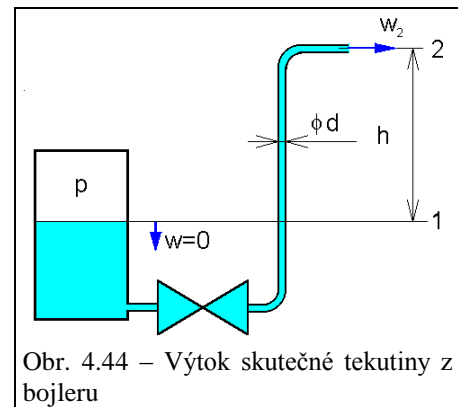
Výsledek:  $w = 0,0177 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $Re = 2213 < 2320$  v potrubí je proudění laminární,  $k_o = 0,0259$ ,  $e_{zt} = 0,00761 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**Příklad 4.43** Vodorovným přímým potrubím o vnitřním průměru 80 mm a délce 210 m proudí průtok  $880 \text{ dm}^3 \cdot \text{min}^{-1}$  vody o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a kinematické viskozitě  $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . Vypočítejte měrnou ztrátovou energii při proudění vody potrubím.

Výsledek:  $w = 2,92 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $Re = 233400 > 2320$  v potrubí je proudění turbulentní,  $k_o = 0,0144$ ,  $e_{zt} = 160,8 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

**Příklad 4.44** Vypočítejte tlak vzduchu v bojleru dle obrázku 4.44 na stálou hladinu vody o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , jestliže potrubím o vnitřním průměru 50 mm a celkové délce přímých částí 50 m proudí průtok 5 litrů za sekundu, která vytéká do atmosféry vodorovným ústím ve výšce 21 m nad hladinou vody v bojleru. Odporový součinitel při proudění vody v potrubí je 0,0167, součinitel ztráty místními vlivy vstupu do potrubí je 0,05, součinitel ztráty místními pro kolena je 0,23 a součinitel ztráty místními pro šoupátko je 2,06.

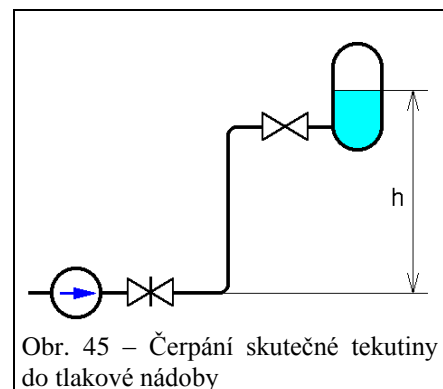
Výsledek:  $w_2 = 2,55 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $e_{zt} = 54,2 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $e_{zm} = 8,3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $e_z = 62,5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $p = 375700 \text{ Pa}$ .



Obr. 4.44 – Výtok skutečné tekutiny z bojleru

**Příklad 4.45.** Čerpadlo dle obrázku 4.45 dopravuje vodu o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a kinematické viskozitě  $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  potrubím o vnitřním průměru 50 mm do tlakové nádoby s vnitřním přetlakem vzduchu na hladinu vody 0,35 MPa a stálou hladinou ve výšce 14 m nad osou čerpadla. Vypočítejte objemový průtok a výtláčný tlak čerpadla, jestliže voda proudí potrubím rychlostí  $2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , celková délka přímé části potrubí je 40 m. Odporový součinitel při proudění vody v potrubí je 0,0176, součinitel ztráty místními pro kolena je 0,23, součinitel ztráty místními pro šoupátko je 2,06 a součinitel ztráty místními pro ventul je 4,24. Vstupní a výstupní ztrátu při proudění vody potrubím zanedbejte.

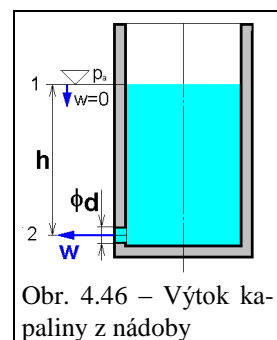
Výsledek:  $e_{zt} = 31,05 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $e_{zm} = 18,94 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $e_z = 49,99 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $p_v = 637800 \text{ Pa}$ ,  $Q_v = 0,00412 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .



Obr. 45 – Čerpání skutečné tekutiny do tlakové nádoby

**Příklad 4.46.** Z otevřené nádoby dle obrázku 4.46 se stálou hladinou ve výšce 1200 mm nad dnem nádoby vytéká voda o hustotě  $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  otvorem ve dně nádoby do atmosféry. Vypočítejte skutečný objemový průtok vody kruhovým otvorem o průměru 80 mm, jestliže rychlostní součinitel je 0,97 a součinitel kontrakce je 0,65.

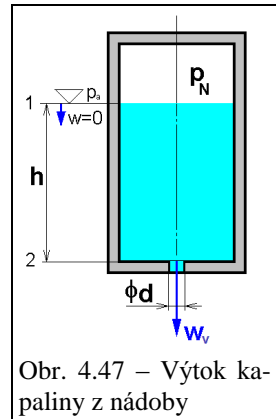
Výsledek:  $w_t = 4,899 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $Q_{vt} = 0,00412 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  a  $Q_{vs} = 0,00412 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .



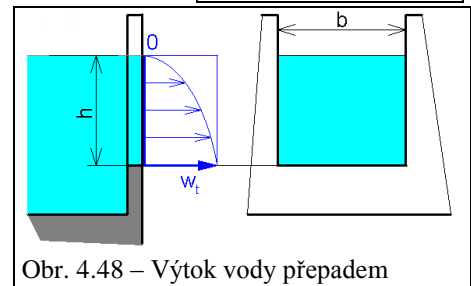
Obr. 4.46 – Výtok kapaliny z nádoby



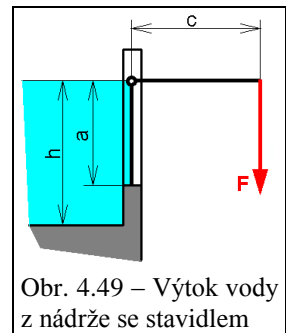
**Příklad 4.47.** Z uzavřené nádoby dle obrázku 4.47 s vnitřním přtlakem vzduchu na hladinu vody je 0,018 MPa a se stálou hladinou ve výšce 1200 mm nad dnem nádoby vytéká voda o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  otvorem ve dně nádoby do atmosféry. Vypočítejte skutečný objemový průtok vody kruhovým otvorem o průměru 80 mm, jestliže rychlostní součinitel je 0,97 a součinitel kontrakce je 0,65.  
Výsledek:  $w_t = 4,899 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{Vt} = 0,167 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$  a  $Q_{Vs} = 0,106 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ .



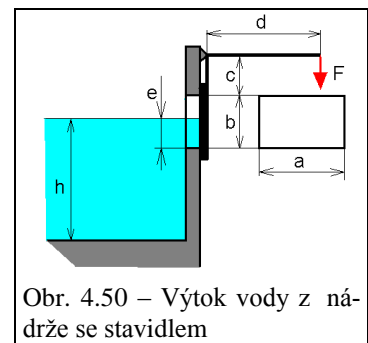
**Příklad 4.48.** Vypočítejte objemový průtok vody o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  obdélníkovým přepadem o šířce 1600 mm a výšce vody 900 mm, jestliže výtokový součinitel u přepadu je 0,65.  
Výsledek:  $w_t = 4,24 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{Vt} = 12,22 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$  a  $Q_{Vs} = 7,94 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ .



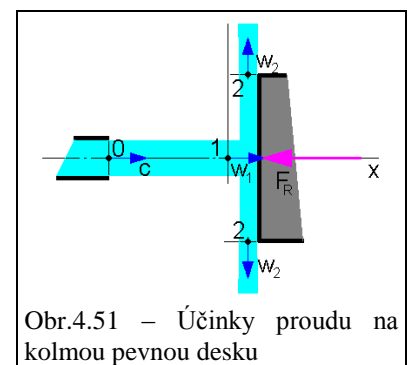
**Příklad 4.49.** V nádrži se stálou hladinou dle obrázku 4.49 je voda o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  do výšky  $h = 2 \text{ m}$ . Ve svislé stěně nádrže je obdélníkový otvor o šířce  $b = 1800 \text{ mm}$ , který je uzavřen deskou o stelné šířce a výšce  $a = 950 \text{ mm}$  ovládanou pákou s ramenem  $c = 2500 \text{ mm}$ . Vypočítejte velikost síly  $F$  potřebné k uzavření nádrže a skutečný objemový průtok vody po úplném otevření otvoru, jestliže výtokový součinitel u přepadu je 0,64.  
Výsledek:  $w_t = 4,36 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{Vt} = 4,99 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$  a  $Q_{Vs} = 3,18 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $F_p = 8123 \text{ N}$ ,  $F = 3430 \text{ N}$ .



**Příklad 4.50.** V nádrži se stálou hladinou dle obrázku 4.50 je voda o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  do výšky  $h = 2 \text{ m}$ . Ve svislé stěně nádrže je obdélníkový otvor o šířce  $a = 1500 \text{ mm}$  a výšce  $b = 800 \text{ mm}$ , ve kterém voda dosahuje do výšky  $e = 580 \text{ mm}$ . Otvor je uzavřen deskou ovládanou pákou s ramenem  $d = 2500 \text{ mm}$  a rozměrem  $c = 150 \text{ mm}$ . Vypočítejte velikost síly  $F$  potřebné k uzavření nádrže a skutečný objemový průtok vody po úplném otevření otvoru, jestliže výtokový součinitel u přepadu je 0,63.  
Výsledek:  $w_t = 3,41 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $Q_{Vt} = 1,975 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$  a  $Q_{Vs} = 1,244 \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $F_p = 2523 \text{ N}$ ,  $F = 763,7 \text{ N}$ .

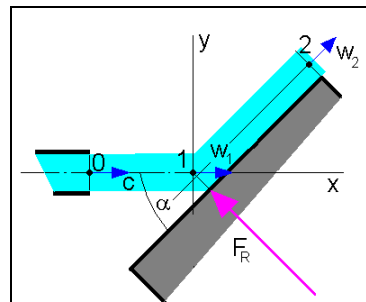


**Příklad 4.51.** Tryskou o průměru 18 mm proudí voda o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  rychlostí  $28 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Vypočítejte velikost výsledné síly, kterou působí proudící voda na pevnou kolmou desku.  
Výsledek:  $c = w_1 = w_2 = 28 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $Q_m = 7,125 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $F = 199,5 \text{ N}$ .



Příklad 4.52. Tryskou o průměru 12 mm proudí voda o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  rychlostí  $35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Vypočtete velikost výsledné síly, kterou působí proudící voda na pevnou šikmou desku skloněnou vzhledem k ose proudu o úhel  $40^\circ$ .

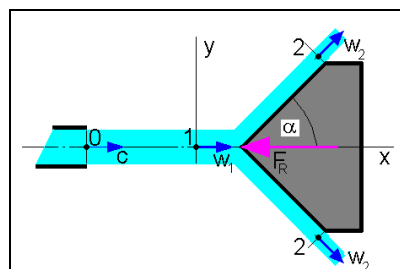
Výsledek:  $c = w_1 = w_2 = 35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $Q_m = \text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $H_{Q1} = H_{Q2} = 138,5 \text{ N}$ ,  $F = 94,7 \text{ N}$ .



Obr.4.44 – Účinky proudu na šikmou pevnou desku

Příklad 4.53. Tryskou o průměru 15 mm proudí voda o hustotě  $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  rychlostí  $45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  a prou vody dopadá na dvojitě klínovitou pevnou desku s vrcholovým úhlem  $150^\circ$ . Vypočtete velikost výsledné síly způsobené dynamickými účinky proudící vody na danou desku..

Výsledek:  $c = w_1 = w_2 = 35 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $Q_m = 7,95 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $H_Q = 357,8 \text{ N}$ ,  $H_{Q2x} = 92,6 \text{ N}$ ,  $F = 265,2 \text{ N}$ .



Obr.4.53 – Účinky proudu na klínovitou pevnou desku